

S6-272

B.Sc. DEGREE EXAMINATION – MARCH/APRIL, 2020.

THIRD YEAR

SIXTH SEMESTER

Part – II : MATHEMATICS

(Regular & Supplementary)

Paper – VIII (C-A1): INTEGRAL TRANSFORMS

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION – A

Answer any FIVE questions.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము. (5 × 5 = 25 marks)

- Using Laplace transform method, solve $(D^2 - 2D + 2)y = 0$ $y = Dy = 1$, when $t = 0$.
లాప్లాస్ పరివర్తననుపయోగించి $t = 0$ వద్ద $y = Dy = 1$ అయినప్పుడు $(D^2 - 2D + 2)y = 0$ ను సాధించుము.
- Using Laplace transform method, solve $(tD^2 + D + 4t)y = 0$ when $y(t) = 3$, $Dy(t) = 0$ at $t = 0$.
లాప్లాస్ పరివర్తననుపయోగించి $t = 0$ వద్ద $y(t) = 3$, $Dy(t) = 0$ అయినప్పుడు $(tD^2 + D + 4t)y = 0$ ను సాధించుము.
- Using Laplace transform method solve $(D - 2)x + 3y = 0$, $2x + (D - 1)y = 0$, given $x = 8$, $y = 3$ when $t = 0$.
లాప్లాస్ పరివర్తననుపయోగించి $t = 0$ వద్ద $x = 8$, $y = 3$ అయినప్పుడు $(D - 2)x + 3y = 0$, $2x + (D - 1)y = 0$ ను సాధించుము.
- Show that $L\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) = py(x, p) - y(x, 0)$.
 $L\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) = py(x, p) - y(x, 0)$ అని చూపుము.
- Solve the integral equation $\int_0^t F(u)F(t-u)du = 16 \sin 4t$.
 $\int_0^t F(u)F(t-u)du = 16 \sin 4t$ ను సాధించుము.

Turn Over

6. Solve the integral equation $2F(t) = 2 - t + \int_0^t F(t-w)F(u) du$.

$$2F(t) = 2 - t + \int_0^t F(t-w)F(u) du \text{ ను సాధించుము.}$$

7. State and prove Linearity property of Fourier transforms.
ఫోరియర్ పరివర్తనల యొక్క రేఖీయ ధర్మాన్ని నిర్వచించి, నిరూపించుము.

8. Find Fourier sine transform of $\frac{e^{-ax}}{x}$.

$$\frac{e^{-ax}}{x} \text{ యొక్క ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుగొనుము.}$$

9. Show that $\int_0^\infty \frac{\cos \lambda x}{\lambda^2 + 1} d\lambda = \frac{\pi}{2} e^{-x}$, $x \geq 0$.

$$\int_0^\infty \frac{\cos \lambda x}{\lambda^2 + 1} d\lambda = \frac{\pi}{2} e^{-x}, \quad x \geq 0 \text{ అని చూపుము.}$$

10. Find the finite Fourier sine and cosine transforms of $f(x) = 1$.
 $f(x) = 1$ యొక్క పరిమిత ఫోరియర్ సైన్ మరియు కొసైన్ పరివర్తనలను కనుగొనుము.

SECTION – B

Answer ALL questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము. (5 × 10 = 50 marks)

11. (a) Using Laplace transform method, solve $(D+1)^2 y = t$ given that $y = -3$, when $t = 0$ and $y = -1$ when $t = 1$.
లాప్లాస్ పరివర్తన పద్ధతినుపయోగించి $t = 0$ వద్ద $y = -3$ మరియు $t = 1$ వద్ద $y = -1$ అయినప్పుడు $(D+1)^2 y = t$ ను సాధించుము.

Or

- (b) Using Laplace transform method, solve $(D^2 - tD + 1)y = 1$, given that $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.
లాప్లాస్ పరివర్తన పద్ధతినుపయోగించి $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ అయినప్పుడు $(D^2 - tD + 1)y = 1$ ను సాధించుము.

12. (a) Solve $(D-2)x - (D+1)y = 6e^{3t}$, $(2D-3)x + (D-3)y = 6e^{3t}$, given that $x = 3$, $y = 0$ at $t = 0$.

$$t = 0 \text{ వద్ద } x = 3, y = 0 \text{ అయితే } (D-2)x - (D+1)y = 6e^{3t}, \\ (2D-3)x + (D-3)y = 6e^{3t} \text{ ను సాధించుము.}$$

Or

- (b) Solve $\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$, $y\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0$, $\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x=0} = 0$ and $y(x, 0) = \cos 3x$.
 $y(x, 0) = \cos 3x$, $y\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0$, $\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x=0} = 0$ అయితే $\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ ను సాధించుము.

13. (a) Solve the integral equation $\int_0^t \frac{F(u)}{(t-u)^{1/3}} du = t(1+t)$.

$$\int_0^t \frac{F(u)}{(t-u)^{1/3}} du = t(1+t) \text{ ను సాధించుము.}$$

Or

- (b) Solve the integral equation $F(t) = 1 + \int_0^t F(u) \sin(t-u) du$ and verify your solution.

$$F(t) = 1 + \int_0^t F(u) \sin(t-u) du \text{ ను సాధించి, మీ సమాధానాన్ని పరిశీలించండి.}$$

14. (a) Find the Fourier transform of $F(x) = \begin{cases} 1-x^2, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ and hence evaluate

$$\int_0^\infty \frac{x \cos x - \sin x}{x^3} \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx.$$

$$F(x) = \begin{cases} 1-x^2, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \text{ యొక్క ఫోరియర్ పరివర్తనను కనుగొని తద్వారా}$$

$$\int_0^\infty \frac{x \cos x - \sin x}{x^3} \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx \text{ ను కనుగొనుము.}$$

Or

- (b) Find the Fourier cosine transform of $f(x)$ defined by $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ and

$$\text{hence find the Fourier sine transform of } f(x) = \frac{x}{1+x^2}.$$

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2} \text{ యొక్క ఫోరియర్ కొసైన్ పరివర్తన } f(x) \text{ ను కనుగొని తద్వారా}$$

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2} \text{ యొక్క ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుగొనుము.}$$

15. (a) State and prove Parseval's identity for Fourier transforms.

ఫోరియర్ పరివర్తనల యొక్క పార్సెవల్స్ సమానతను నిర్వచించి, నిరూపించుము.

Or

- (b) Find the finite Fourier sine and cosine transform of $f(x) = \sin ax$ in $(0, \pi)$.

$f(x) = \sin ax$ ప్రమేయానికి $(0, \pi)$ లో పరిమిత ఫోరియర్ సైన్ మరియు కొసైన్ పరివర్తనలను కనుగొనుము.